

Подготовил:

Шабалин Артем Максимович

Ученик 10 «Б» класса МБОУ СОШ №5 г. Биробиджан

Научный руководитель:

Хисматуллина Татьяна Александровна

к.п.н., магистр физико-математического образования,

руководитель Образовательного центра «Высший балл», г. Биробиджан

РЕШЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ИЗ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ ПРОФИЛЬНОГО УРОВНЯ

В современном, информационно-развитом мире, встречаются люди, которые не умеют правильно распоряжаться своими финансами и контролировать свои доходы и расходы. В этих случаях необходима финансовая грамотность, ведь благодаря данным знаниям мы сможем не только управлять деньгами, правильно инвестировать свои средства, но также будем в безопасности во время сложных жизненных обстоятельств и не потеряем свои доходы. Наша жизнь сегодня настоятельно требует, чтобы каждый человек имел развитое экономическое мышление и был готов к жизни в условиях рыночных отношений.

В связи с тем, что с 2015 года в заданиях ЕГЭ по математике профильного уровня появилась новая практико-ориентированная задача №16, так называемая «экономическая» задача, мы решили подробно с этим номером разобраться, так как в следующем году нам предстоит сдавать ЕГЭ. Также жизнь современного человека тесно связана с финансовыми операциями, поэтому мы считаем, что данная тема проекта очень актуальна. Значит более детальный разбор этого раздела математики необходим как для учеников, так и для учителей.

Основная теория, формулы

Задание 16 — сложная текстовая задача с экономическим содержанием, в которой требуется построить математическую модель и на ее основе составить уравнение, неравенство или систему. Правильно построенная математическая модель оценивается в 1 балл. Полностью обоснованное решение оценивается в 2 балла.

Для решения экономических задач мы должны знать определения процента, уметь выполнять арифметические действия и составлять математическую таблицу, куда внесем данные из условия, с помощью которой будем решать задачи на вклады и кредиты, а также уметь использовать производную для решения задач на оптимизацию.

1. Проценты

Процент – одна сотая часть числа.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01 \quad (1)$$

Для того чтобы найти $p\%$ от числа x , необходимо умножить число x на p сотых. Получим величину $\frac{p}{100} \cdot x$

2. Арифметическая прогрессия

Последовательность $\{a_n\}$ называется арифметической прогрессией, если каждый последующий член последовательности получается прибавлением к предыдущему члену последовательности одного и того же числа d . Число d называется разностью прогрессии.

Сумма арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad (2)$$

3. Геометрическая прогрессия

Последовательность $\{b_n\}$ называется геометрической прогрессией, если $b_1 \neq 0$ и каждый последующий член последовательности получается умножением предыдущего члена последовательности на одно и то же число $q \neq 0$. Число q называется знаменателем прогрессии.

Сумма геометрической прогрессии при $q \neq 1$:

$$S_n = b_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad (3)$$

4. Вклады

В стандартной задаче на вклад участвуют четыре величины:

- сумма вклада,
- процентная ставка,
- срок вклада,
- дополнительные взносы и/или снятия части суммы вклада.

В этих задачах важнейшую роль играет последовательность действий: начисление процентов на сумму вклада и внесение дополнительных сумм или частичное снятие

суммы вклада. От этого зависит построение математической модели и порядок вычислений.

5. Кредиты

В стандартной задаче на кредит участвуют четыре величины:

- сумма кредита,
- процентная ставка,
- срок кредита,
- платежи.

Всего используют два способа решения экономических задач: аналитический и табличный. Чаще всего в школах, в интернете показывают аналитический метод решения задач, но, на наш взгляд, табличный способ намного легче для понимания. Поэтому из-за сложности решения мы в данном проекте рассмотрим второй метод решения.

Решение существующих задач из ЕГЭ

Как мы уже сказали, сейчас мы разберем задачи на кредиты, так как в основную волну сдачи экзамена попадался только именно этот тип задач. Но в планах дальнейшего развития проекта мы будем рассматривать задачи на вклады и оптимизацию, чтобы точно быть готовым ко всему на экзамене и решить на максимальный балл экономическую задачу.

Задача №1.

31 декабря 2016 года Василий взял в банке 5460000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая - 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Василий переводит в банк x рублей. Какой должна быть сумма x , чтобы Василий выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

Решение:

$S=5460000$ - сумма кредита, x - ежегодная плата, $r=20\%$

При начислении процентов оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент

$$1+0,2=1,2$$

Год	Долг банка	Остаток после ежегодной выплаты
0	S	-
1	$1,2S$	$1,2S - x$

2	$1,2(1,2S - x) = 1,44S - 1,2x$	$1,44S - 1,2x - x = 1,44S - 2,2x$
3	$1,2(1,44S - 2,2x) = 1,728S - 2,64x$	$1,728S - 2,64x - x = 1,728S - 3,64x$

После третьего взноса кредит погашен полностью, значит остаток равен нулю.

Решаем полученное уравнение.

$$1,728S - 3,64x = 0$$

$$3,64x = 1,728 \cdot 5460000$$

$$x = 2592000$$

Ответ: 2592000 рублей

Задача №2.

31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке 4290000 рублей в кредит под 14,5% годовых.

Схема выплаты кредита следующая - 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14,5%), затем Дмитрий переводит в банк x рублей. Какой должна быть сумма x , чтобы Дмитрий выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

Решение :

$S = 4290000$ - сумма кредита, $r = 14,5\%$, x - ежегодная выплата

При начислении процентов оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент

$$1 + 0,145 = 1,145.$$

Год	Долг банку	Остаток после ежегодной выплаты
0	S	-
1	$1,145S$	$1,145S - x$
2	$1,145(1,145S - x) = 1,145^2S - 1,145x$	$1,145^2S - 1,145x - x = 1,145^2S - 2,145x$

После второго взноса кредит погашен полностью, значит, остаток равен нулю.

Решаем полученное уравнение:

$$1,145^2S - 2,145x = 0$$

$$2,145x = 4290000 \cdot 1,145^2$$

$$x = \frac{4290000 \cdot 1,145^2}{2,145}$$

$$2,145$$

$$x = 2622050.$$

Ответ: 2622050 рублей

Задачи для самостоятельного решения из ЕГЭ

Теперь мы предлагаем самостоятельно решить 10 экономических задач из ЕГЭ и свериться с ответами, чтобы закрепить навыки решения задач. Все задачи были взяты с сайта «РЕШУ ЕГЭ».

1. В банке был взят кредит на некоторую сумму денег на 3 года. Кредит необходимо выплачивать равными платежами раз в год, причем известно, что каждый год перед выплатой текущая сумма долга увеличивается на четверть. Найдите, сколько процентов от тела кредита составит переплата по такому кредиту. В случае необходимости ответ округлите до целого числа.

2. Банк выдает кредит сроком на 4 года под 25 % годовых. Вычислите, на сколько процентов переплата по такому кредиту превышает платеж, если гасить кредит нужно равными ежегодными выплатами.

3. 1 января 2015 года Александр Сергеевич взял в банке 1,1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет 1% на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Александр Сергеевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тыс. рублей?

4. 31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке 4 290 000 рублей в кредит под 14,5 годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14,5%), затем Дмитрий переводит в банк x рублей. Какой должна быть сумма x , чтобы Дмитрий выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

5. 15 января планируется взять кредит в банке на сумму 2,4 млн. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму надо выплатить банку за первые 12 месяцев?

6. 15 января планируется взять кредит в банке на 5 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

7. В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 31% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 69 690 821 рубль.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что он был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

8. Анатолий решил взять кредит в банке 331000 рублей на 3 месяца под 10% в месяц. Существуют две схемы выплаты кредита.

По первой схеме банк в конце каждого месяца начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Анатолий переводит в банк фиксированную сумму и в результате выплачивает весь долг тремя равными платежами (аннуитетные платежи).

По второй схеме тоже сумма долга в конце каждого месяца увеличивается на 10%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Анатолием. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину (дифференцированные платежи). Какую схему выгоднее выбрать Анатолию? Сколько рублей будет составлять эта выгода?

9. Ольга хочет взять в кредит 100 000 рублей под 10% годовых. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. На какое минимальное количество лет Ольга может взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 24 тысяч рублей?

10. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере S тыс рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле 2017, 2018 и 2019 долг остаётся равным S тыс. рублей;
- выплаты в 2020 и 2021 годах равны по 360 тыс. рублей;
- к июлю 2021 долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет.

Ответы:

1. 54

2. 63,84

3. 5

4. 2622050

5. 1866000

6. 103

7. 124809100

8. выгодна вторая схема, разница 2100

9. 6

10. 1050000