Министерство науки и высшего образования

Российской Федерации

**Братский педагогический колледж**

федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования

«Братский государственный университет»

**Математика**

**Преобразование выражений, содержащих корни, степени и логарифмы.**

для студентов I курса

очной формы обучения

специальности

09.02.07 Информационные системы и программирование.

Автор: К.А.Сковородцева

**Братск, 2024**

Методические рекомендации по дисциплине «Математика» для студентов I курса очной формы обучения специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование / Сост. К.А.Сковородева - Братск.: БПК ФГБОУ ВО «БрГУ», 2024 г. – 22 с.

В пособии содержится теоретический материал, приведен разбор решений типичных заданий. рассматриваются алгебраические выражения содержащие корни, степени и логарифмы. Выражения, рассмотренные в данных указаниях, помогут привить обучающимся интерес к предмету, расширить их кругозор, активировать работу на занятиях, подготовить к практической деятельности в любой сфере.

Печатается по решению научно-методического совета

Братского педагогического колледжа ФГБОУ ВО «БрГУ»

665709, г. Братск, ул. Макаренко 40

**СОДЕРЖАНИЕ**

|  |  |
| --- | --- |
| Понятие корня n-ой степени | 4 |
| Действия с корнями | 6 |
| Арифметический корень | 8 |
| Вопросы и задания для самопроверки | 9 |
| Понятие степень | 11 |
| Действия со степенями | 12 |
| Вопросы и задания для самопроверки | 14 |
| Понятие логарифм числа | 15 |
| Свойства логарифмов | 17 |
| Вопросы и задания для самопроверки | 18 |
| Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы | 22 |

1. ПОНЯТИЕ КОРНЯ n-ОЙ СТЕПЕНИ

Первые задачи, связанные с извлечением квадратного корня, обнаружены в трудах вавилонских математиков. Среди таких задач:

* Применение теоремы Пифагора для нахождения стороны прямоугольного треугольника по известным двум другим сторонам.
* Нахождение стороны квадрата, площадь которого задана.
* Решение квадратных уравнений.

Определение 1- Корнем n-й степени из неотрицательного числа а (*n* = 2, 3,4, 5,...) называют такое неотрицательное число, которое при возведении в степень *n* дает в результате число *а*.

Это число обозначают число а при этом называют подкоренным числом, а число n — показателем корня.

Если n=2, то обычно не говорят «корень второй степени», а говорят «корень квадратный». В этом случае не пишут а пишут .

Если n = 3, то вместо «корень третьей степени» часто говорят «корень кубический».

Если

Операцию нахождения корня из неотрицательного числа называют обычно извлечением корня. Эта операция является обратной по отношению к возведению в соответствующую степень.

Пример:

Операцию извлечения корня определяют и для отрицательного подкоренного числа, но только в случае нечетного показателя корня.

Определение 2. Корнем нечетной степени *n* из отрицательного числа *а* (*n* = 3, 5, ...) называют такое отрицательное число, которое, будучи возведено в степень *n*, дает в результате число *а*.

Это число, как и в определении 1, обозначают , число а - подкоренное число, число n - показатель корня.

Если

Пример:

Таким образом, корень четной степени имеет смысл (т.е. определен) только для неотрицательного подкоренного выражения; корень нечетной степени имеет смысл для любого подкоренного выражения.

2. ДЕЙСТВИЯ С КОРНЯМИ

1. Величина корня не изменится, если его показатель увеличить в n раз и одновременно возвести подкоренное выражение в степень n

Пример:

1. Величина корня не изменится, если показатель степени уменьшить в n раз и одновременно извлечь корень n – й степени из подкоренного выражения:

Пример:

1. Корень из произведения нескольких сомножителей равен произведению корней той же степени из этих сомножителей:

Пример:

Обратно, произведение корней одной и тойже степени равно корню той же степени из произведения подкоренных выражений:

1. Корень из частного равен частному от деления корня из делимого на корень из делителя (показатели корней подразумеваются одинаковыми):

Пример:

Обратно:

1. Чтобы возвести корень в степень, достаточно возвести в эту степень подкоренное выражение:

Пример:

Обратно, чтобы извлечь корень из степени, достаточно возвести в эту степень корень из основания степени:

1. Сложение и вычитание корней. Чтобы произвести сложение и вычитание корней, сначала корни приводят к простейшему виду, а затем выполняют приведение подобных членов

Пример:

3. АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КОРЕНЬ

Определение-Корень называется арифметическим, если он извлекается из положительного числа и сам представляет собой положительное число.

Пример:

Арифметический корень данной степени из данного числа может быть **только один**.

Свойства арифметических корней

1. Чтобы извлечь арифметический корень из произведения, можно извлечь его из каждого сомножителя отдельно

Пример:

1. Чтобы извлечь корень из дроби, можно извлечь его из числителя и знаменателя отдельно

Пример:

1. Чтобы извлечь корень из степени, можно разделить показатель степени на показатель корня

Пример:

**4****. ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ**

1. Дайте определение корню степени n
2. Перечислите действия с корнями.
3. Дайте определение арифметическому корню.
4. Какими свойствами обладает арифметический корень?

Корень n-ой степени и его свойства

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **А** | | **Б** | |
|  | |  | |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

**5. ПОНЯТИЕ СТЕПЕНИ ЧИСЛА**

Определение: Степенью числа «а» с натуральным показателем «n», большим 1, называется произведение «n» одинаковых множителей, каждый из которых равен числу «а»

https://fs.znanio.ru/8c0997/c3/27/b51fc69f2afcf31b8526a69bee5c97bfc9.png

Особые случаи возникают, если показатель степени равен единице или нулю (n =1; n = 0):

1. Степенью числа «а» с показателем n=1 само это число:
2. Любое число в нулевой степени равно единице:
3. Ноль в любой натуральной степени равен нулю
4. Единица в любой степени равна 1

Выражение - считают лишенным смысла.

Пример: ; ;

При решении примеров нужно помнить, что возведение в степень называется нахождением значения степени.

Примеры возведения в степень отрицательных чисел:

, т.е.

,т.е.

= (-64) т.е.

**6. ДЕЙСТВИЯ СО СТЕПЕНЯМИ**

1. Степень произведения двух или нескольких сомножителей равна произведению степеней этих сомножителей (с тем же показателем):

Пример 1:

Пример 2:

Обратное преобразование

Пример 3:

1. Степень частного (дроби) равна частному от деления той же степени делимого на ту же степень делителя:

Пример :

Обратное преобразование:

Пример:

1. При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели степеней складываются:

Пример:

1. При делении степеней с одинаковыми основаниями показатель степени делителя вычитается из показателя степени делимого:

Пример:

1. При возведении степени в степень показатели степеней перемножаются:
2. Степень с рациональным показателем, свойства.

Выражение означает корень, показатель которого равен знаменателю n дроби , а показатель степени подкоренного числа равен числителю m дроби , т.е.

Пример:

Степень с дробным показателем для случая отрицательного основания не имеет смысла.

Основание не может быть отрицательным числом, а показатель степени может быть как отрицательным, так и положительным.

Если обыкновенная дробь, где , то под понимают:

Пример:

|  |  |
| --- | --- |
| **1.** https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/01/22/k_588466eca2627/382246_1.png.  **2.**  https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/01/22/k_588466eca2627/382246_2.png.  **3.** https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/01/22/k_588466eca2627/382246_3.png.  **4.** https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/01/22/k_588466eca2627/382246_4.png.  **5.**  https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/01/22/k_588466eca2627/382246_5.png  **6.** https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/01/22/k_588466eca2627/382246_6.png  **7.**  4·10-3+ 8·10-2+ 5·10-1.  **8.** https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/01/22/k_588466eca2627/382246_7.png  **9.** https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/01/22/k_588466eca2627/382246_8.png  **10**. https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/01/22/k_588466eca2627/382246_9.png | **11.** https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/01/22/k_588466eca2627/382246_10.png  **12.** 4·72+ 6·72.  **13.** 7,9·10-2+ 4,5·10-1.  **14.** (0,01)2·105:4−2  **15.**  https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/01/22/k_588466eca2627/382246_11.png  **16.** https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/01/22/k_588466eca2627/382246_12.png  **17.**  https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/01/22/k_588466eca2627/382246_13.png.  **18.**  https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/01/22/k_588466eca2627/382246_14.png.  **19.** https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/01/22/k_588466eca2627/382246_15.png.  **20.** https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/01/22/k_588466eca2627/382246_16.png. |

**7 ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ**

1.Что называется степенью числа?

2.Какие правила действий со степенями вы знаете?

3.Что означает степень с рациональным показателем?

**8. ПОНЯТИЕ ЛОГАРИФМ ЧИСЛА**

Пусть a>0 и a ≠ 1 и b>0.

Определение: Логарифм числа по основанию а () - это показатель степени , в которую нужно возвести основание а , чтобы получить число b :

С помощью логарифма разрешимы уравнения вида , корнем этого уравнения является логарифм числа 8 по основанию 2 -

В общем виде это запишется так: если надо решить уравнение вида а х  в , где a>0 и

a 1 и b>0 , то корнем этого уравнения будет логарифм числа в по основанию а - log a b .

Десятичный логарифм числа в - логарифм по основанию 10, обозначается :

Натуральный логарифм числа в - логарифм по основанию е = 2,7182818284…., обозначается :

Пример 1:

Пусть

Так как

(по определению)

Ответ: 5

Пример 2:

Пусть

Так как

(по определению)

Ответ: -2

Основное логарифмическое тождество:

Пример:

**9. СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ.**

При любом а>0 (а≠1) и любых положительных х и у выполнены равенства:

Пример:

Пример:

Пример:

Пример:

Пример:

Пример:

Формула перехода к новому основанию логарифма:

, где a>0, a≠1, b>0, c>0, c≠1.

Пример:

где a>0, a≠1, b>0, b≠1.

Пример:

Следствие 1:

Пример:

Следствие 2:

**10. ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ**

1.Дайте определение понятию логарифм числа.

2.Перечислите свойства логарифмов и формулы логарифмирования.

3.Укажите основное логарифмическое тождество.

Определение лргарифма:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1) log 24= | 11) = | 21) log 42= |
| 2) log 232= | 12) = | 22) log 322= |
| 3) log 416= | 13) = | 23) log 164= |
| 4) log 525= | 14) = | 24) log 255= |
| 5) log 636= | 15) = | 25) log 366= |
| 6) log 1010000= | 16) = | 26) log 1000010= |
| 7) log 327= | 17) = | 27) log 273= |
| 8) log 749= | 18) = | 28) log 497= |
| 9) log 12144= | 19) = | 29) log 9= |
| 10) log 44= | 20) = | 30) log 16= |

Основное логарифмическое тождество:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1) | 6) | 11) |
| 2) | 7) | 12) |
| 3) | 8) | 13) |
| 4) | 9) | 14) |
| 5) | 10) | 15) |

Свойства логарифмов:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1) | 6) | 11) |
| 2) | 7) | 12) |
| 3) | 8) | 13) |
| 4) | 9) | 14) |
| 5) | 10) | 15) |

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы:

**Основные источники:**

1. Балдин К. В. Основы теории вероятностей и математической статистики: учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев; под общ. ред. К. В. Балдина. – 5-е изд., стер. – Москва: ФЛИНТА, 2021. – 489с. – Режим доступа: по подписке. – URL:<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=500648>. – Библиограф.: с. 460-461. – ISBN 978-5-9765-2069-1.
2. Барсукова Л. В. Геометрия: практикум / Л.В. Барсукова – Минск: РИПО, 2020. – 106 -с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=599715> . – Библиограф. в кн. – ISBN 978-985-7234-14-1.
3. Балдин К. В. Высшая математика: учебник: [16+] / К.В. Балдин, В.Н.Башлыков, А.В. Рукосуев; под общ. ред. К. В. Балдина. – 3-е изд., стер. – Москва: ФЛИНТА, 2021. – 360 с.: табл., граф., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=79497>
4. Клово А. Г. Курс лекций по математике: учебное пособие: [16+] / А.Г. Клово, И.А. Ляпунова; Южный федеральный университет. – Рустов-на-Дону; Таганрог: Южный федеральный университет, 2020. – 199 с.: ил., граф. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=612217>.
5. Мельников Е. В. Математический анализ: теория и практика: учебное пособие: в 3 частях: [16+] / Е.В. Мельников, Е.А. Мещеряков; Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского. – Омск: Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского (ОмГУ), 2021. – Часть 2. – 232 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=688739>.
6. Скафа Е. И. Методика обучения математике: эвристический подход. Общая методика: учебное пособие: [16+] / Е.И. Скафа. – Изд. 2-е. – Москва: Директ-Медиа, 2022. – 441 с.: ил., схем., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL:<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=695311>

**Дополнительные источники:**

1. Материалы студенческой научной сессии Института математики и информатики МПГУ. 2019–2020 учебный год / под общ. ред. Е. С. Крупицына; Московский педагогический государственный университет, Институт математики и информатики. – эл. изд. – Москва: Московский педагогический государственный университет (МПГУ), 2020. – 203 с.: схем., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=613632>.
2. Грацианова Т. Ю. Программирование в примерах и задачах: учебное пособие: [12+] / Т.Ю. Грацианова. – 6-е изд. (эл.). – Москва: Лаборатория знаний, 2020. – 373 с.: ил., табл., граф. – (ВМК МГУ — школе). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=448048>.
3. Профессионально-педагогическое образование: состояние и перспективы: сборник статей по материалам VI Международной студенческой научно-практической конференции (г. Махачкала, 28.04.2022) / под ред. М. В. Гамзаевой, Р. Р. Алиевой; Дагестанский государственный педагогический университет. – Москва: Директ-Медиа, 2022. – 388 с.: ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=691108> – Библиограф. в кн. – ISBN 978-5-4499-3267-9. – DOI 10.23681/691108.
4. Паневина О. А. Общие методы решения уравнений в школьном курсе математики / О.А. Паневина; Воронежский государственный педагогический университет, Физико-математический факультет, Кафедра информатики и методики преподавания математики. – Воронеж: б.и., 2019. – 67 с.: табл., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=578048>.
5. Пинус А. Г. Основы универсальной алгебры: учебное пособие: [16+] / А.Г. Пинус; Новосибирский государственный технический университет. – 4-е изд., перераб. и доп. – Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2019. – 184 с.: ил., табл. – (Учебники НГТУ). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576461>

.

**Интернет-ресурсы:**

1. Вся математика в одном месте. Режим доступа: [http://www.allmath.ru 16.05.2022].
2. Математика – это просто. Режим доступа: [http://easymath.com.ua 16.05.2023].
3. Математика. Режим доступа: [http://www.mathematics.ru 12.05.2023].
4. Прикладная математика: справочник математических формул. Режим доступа: [<http://www.pm298.ru/> 12.05.2023].