

Методическая разработка
Творческий конкурс
"Творческие и учебно-методические
работы педагогов"

РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ
МЕТОДОМ ИНТЕРВАЛОВ

Учитель математики
ГБОУ «УВК № 16 Г.О. Донецк» Донецкой Народной Республики
Белокриницкая Ольга Владимировна

Учитель математики
ГБОУ «Школа № 123 Г. О. Донецк» Донецкой Народной
Республики
Протасова Лариса Витальевна

Донецк, 2024

Цели и задачи

Цель урока: повторить применение метода интервалов.
Подготовка к ГИА.

Задачи урока:

Обобщение и совершенствование знаний, умений школьников по теме «Решение неравенств методом интервалов»;

Развитие у учащихся математического мышления, самостоятельности в приобретении новых знаний, навыков творческого подхода к решению заданий.

Оборудование и материалы: ноутбук, проектор, интерактивная доска, презентация для сопровождения занятия.

План урока

- ▣ **Разминка**
- ▣ **Воспроизведение базовых знаний**
- ▣ **Решение неравенств методом интервалов**
- ▣ **Проверочная работа**
- ▣ **Самопроверка**
- ▣ **Подведение итогов**

Как работать

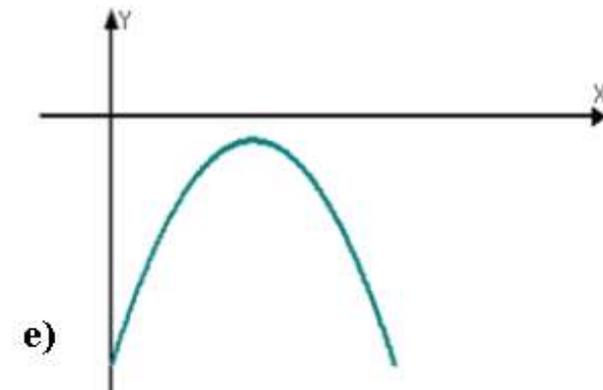
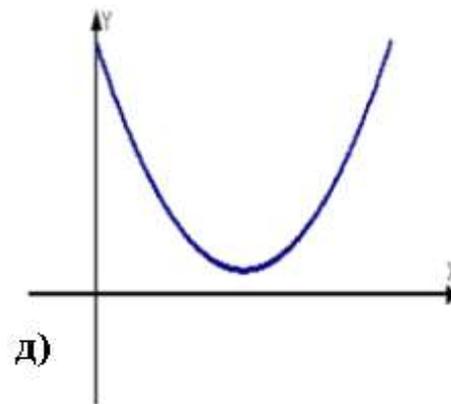
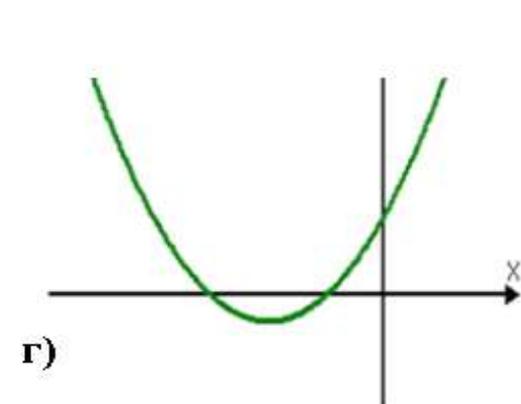
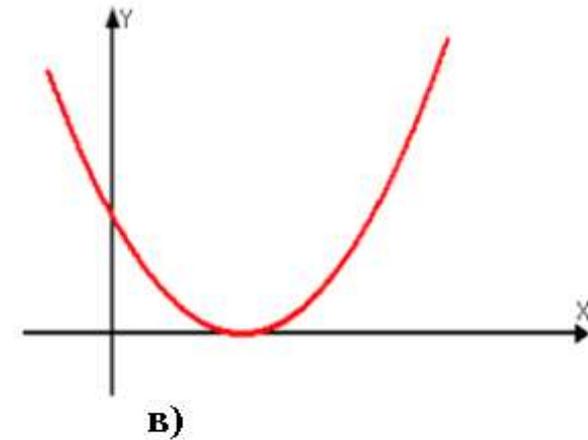
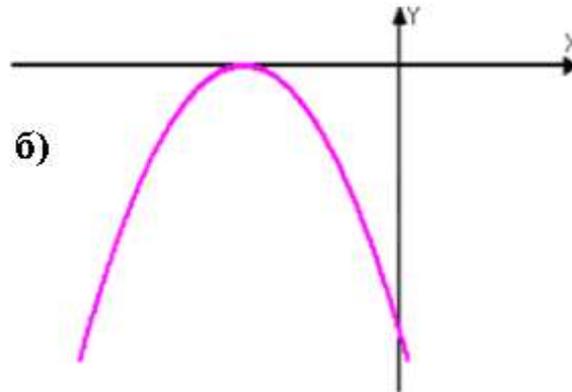
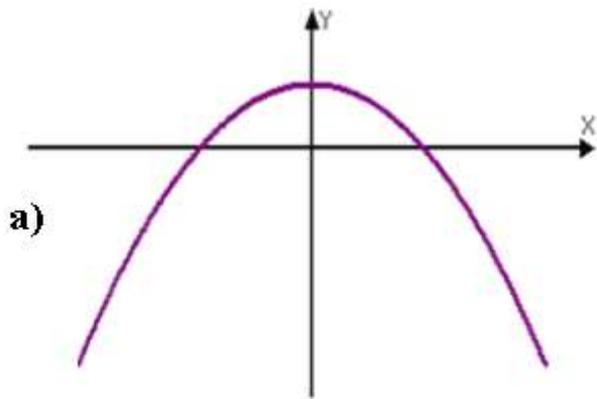
Сегодня весь урок вы будете работать самостоятельно. Вы сможете обобщить и систематизировать знания по решению неравенств. В ходе урока вы сможете проверить степень своей готовности к ГИА (ОГЭ, ЕГЭ).

К концу урока постарайтесь зафиксировать свои ошибки (сколько, какие). В дальнейшем ...

удачи!

Разминка

1. Назовите знак коэффициента a и число корней уравнения $ax^2+bx+c=0$, если график соответствующей квадратичной функции расположен следующим образом:



2. Являются ли следующие неравенства неравенствами второй степени с одной переменной?

а) $8x^2 - 6x + 1 > 0;$

д) $2x - 4 < 0;$

б) $-x^2 + 2x \geq -3;$

е) $-4x + x^2 + 4 \leq 0;$

в) $x^2 \geq 16;$

ж) $\frac{2x^2 - 3x - 5}{6} \leq 0;$

з) $(x-5) \cdot (x+5) \leq 0;$

з) $(x-2)(4x+4)(2x-6) \geq 0$

3. Выберите из таблицы графическую интерпретацию неравенств:

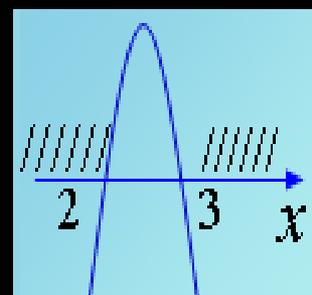
1. $-x^2 + 7x - 12 < 0;$

2. $x^2 - 6x + 9 > 0;$

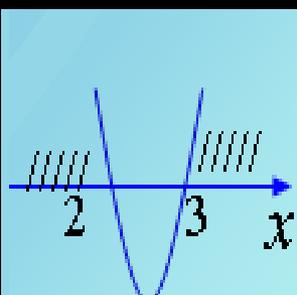
3. $x^2 - 5x + 6 < 0;$

4. $-x^2 - 5x + 6 > 0.$

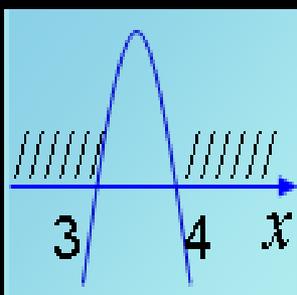
a



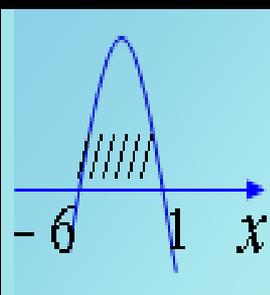
b



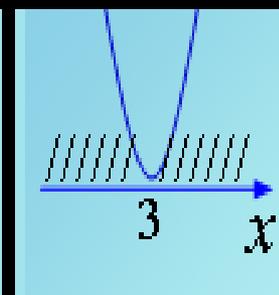
c



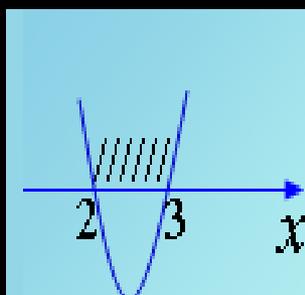
d



e



f



Повторение теоретического материала



1. Алгоритм решения квадратного неравенства
2. Решение квадратного уравнения
3. Решение неравенств методом интервалов

Решение неравенства.



Неравенства вида
 $ax^2 + bx + c > 0$, где $a \neq 0$,
 a, b, c - некоторые числа,
называются квадратными.

Алгоритм решения квадратного неравенства:

1. Привести неравенство к виду $ax^2 + bx + c > 0$ (или $<$, \leq , \geq)
2. Найти корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$

По [формуле](#)

[Подбором](#)

3. Отметить на числовой прямой корни x_1 и x_2 .
4. Определить знак выражения $ax^2 + bx + c$ на каждом из получившихся промежутков.
5. Записать ответ, выбрав промежутки с соответствующим знаком неравенства знаком.



Решение квадратного уравнения.



Уравнение вида
 $ax^2 + bx + c = 0$, где $a \neq 0$,
 a, b, c - некоторые числа,
называются квадратным.

Решение квадратного уравнения по формуле:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$\textcircled{1} \quad D > 0 \quad \longrightarrow \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$\textcircled{2} \quad D = 0 \quad \longrightarrow \quad x_{1,2} = \frac{-b}{2a}$$

$$\textcircled{3} \quad D < 0 \quad \longrightarrow \quad \text{Корней нет}$$



Решение квадратного уравнения.



Уравнение вида
 $ax^2 + bx + c = 0$, где $a = 1$,
 b, c - некоторые числа,
называется приведённым
квадратным уравнением.

Решение приведённого квадратного уравнения:

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$x_1 + x_2 = -b \qquad x_1 \cdot x_2 = c$$



Решение неравенств методом интервалов



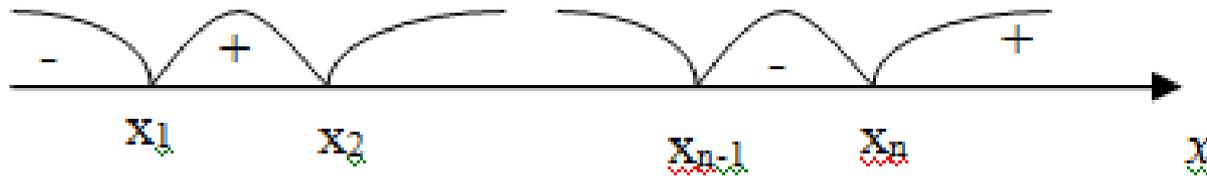
Если функция задана формулой вида
$$f(x) = (x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n),$$
где x - переменная, а x_1, x_2, \dots, x_n не равные друг другу числа, то в каждом из промежутков, определяемых нулями функции, эта функция сохраняет знак, а при переходе через нуль функции ее знак изменяется.

Рассмотренное свойство используется для решения неравенств вида

$$(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n) > 0,$$

$$(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_n) < 0,$$

где x_1, x_2, \dots, x_n — не равные друг другу числа.



Решение неравенств методом интервалов

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24



Решите неравенство:

1

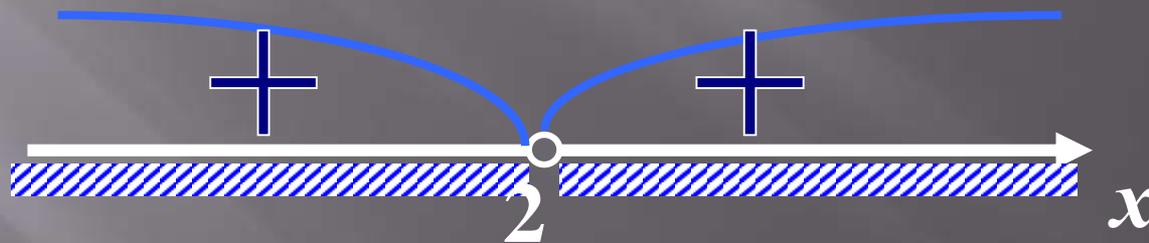
Решение.

Подсказка.

$$x^2 - 4x + 4 > 0$$

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$x_{1,2} = 2$$



$$(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$$



Решите неравенство:

2

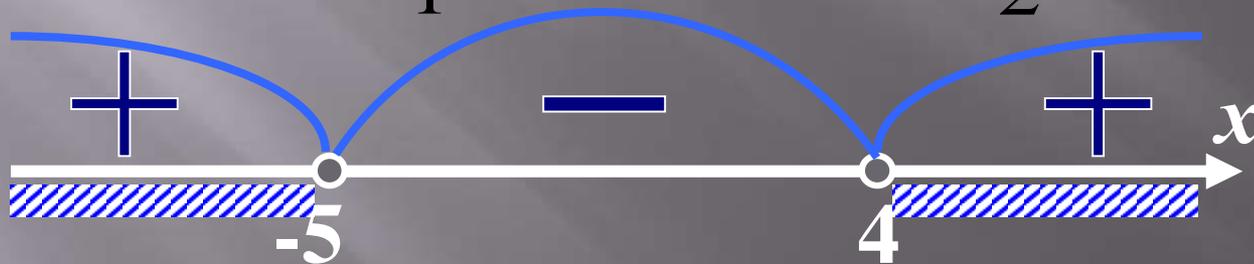
Решение.

Подсказка.

$$x^2 + x - 20 > 0$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$x_1 = -5 \quad x_2 = 4$$



$$(-\infty; -5) \cup (4; +\infty)$$



Решите неравенство:

3

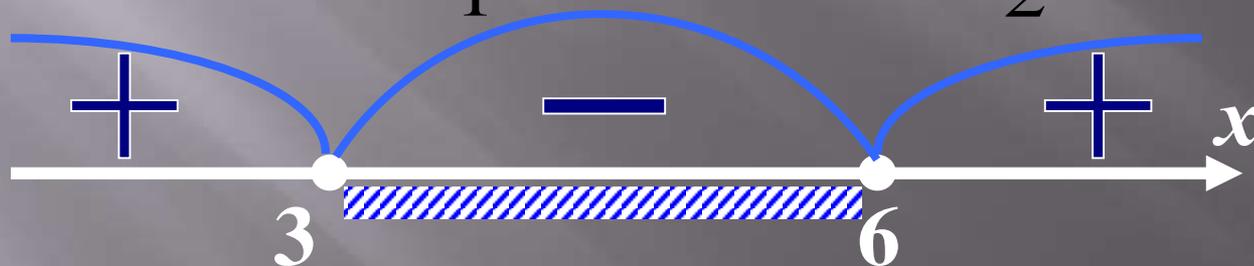
Решение.

Подсказка.

$$x^2 - 9x + 18 \leq 0$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = 6$$



[3;6]



Решите неравенство:

4

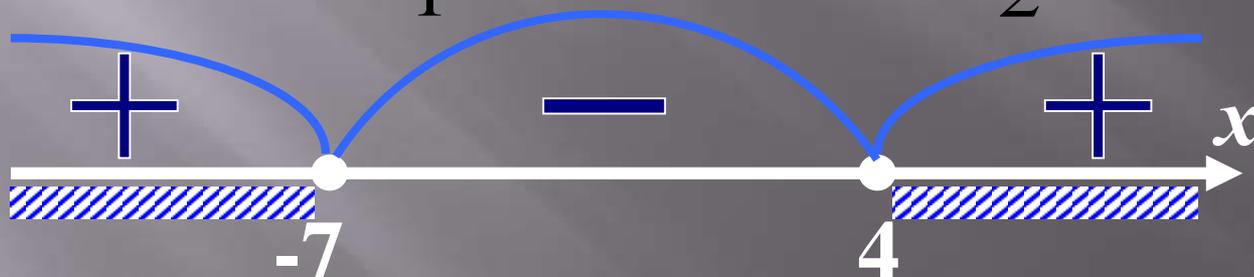
Решение.

Подсказка.

$$x^2 + 3x - 28 \geq 0$$

$$x^2 + 3x - 28 = 0$$

$$x_1 = -7 \quad x_2 = 4$$



$$(-\infty; -7] \cup [4; +\infty)$$



Решите неравенство:

5

Решение.

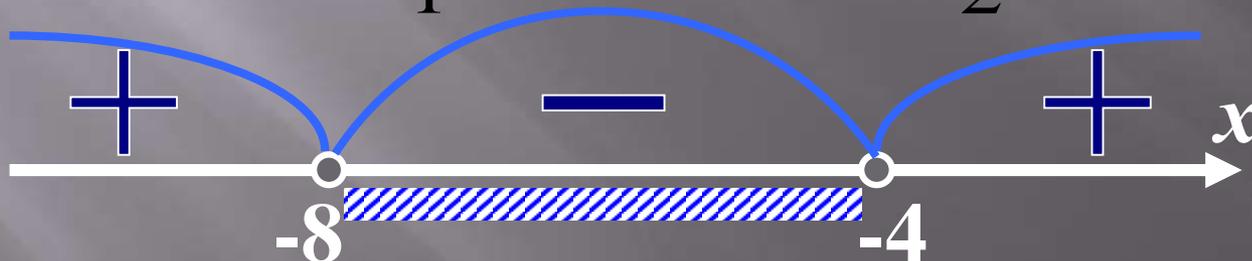
Подсказка.

$$x^2 + 12x < -32$$

$$x^2 + 12x + 32 < 0$$

$$x^2 + 12x + 32 = 0$$

$$x_1 = -4 \quad x_2 = -8$$



$(-8; -4)$



Решите неравенство:

6

Решение.

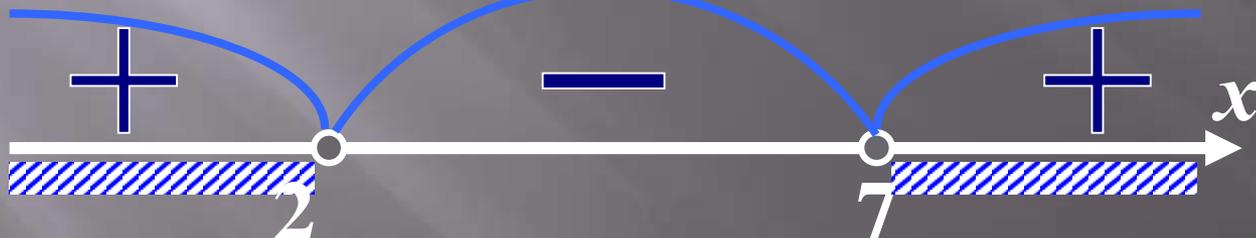
Подсказка.

$$x^2 - 9x > -14$$

$$x^2 - 9x + 14 > 0$$

$$x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 7$$



$$(-\infty; 2) \cup (7; +\infty)$$



Решите неравенство:

7

Решение.

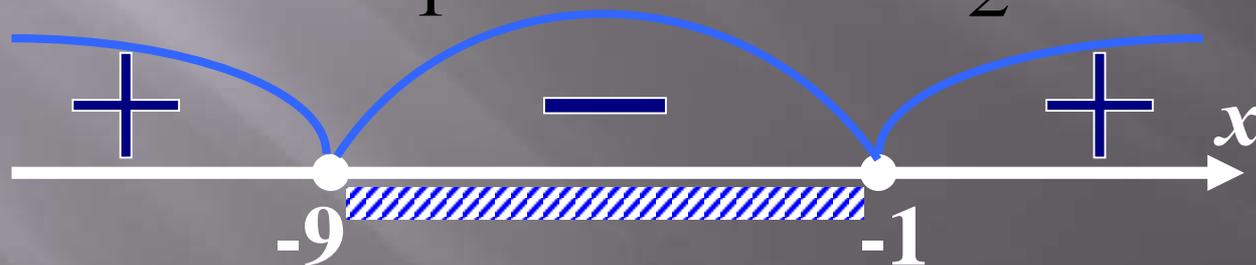
Подсказка.

$$x^2 + 10x \leq -9$$

$$x^2 + 10x + 9 \leq 0$$

$$x^2 + 10x + 9 = 0$$

$$x_1 = -9 \quad x_2 = -1$$



$$[-9; -1]$$



Решите неравенство:

8

Решение.

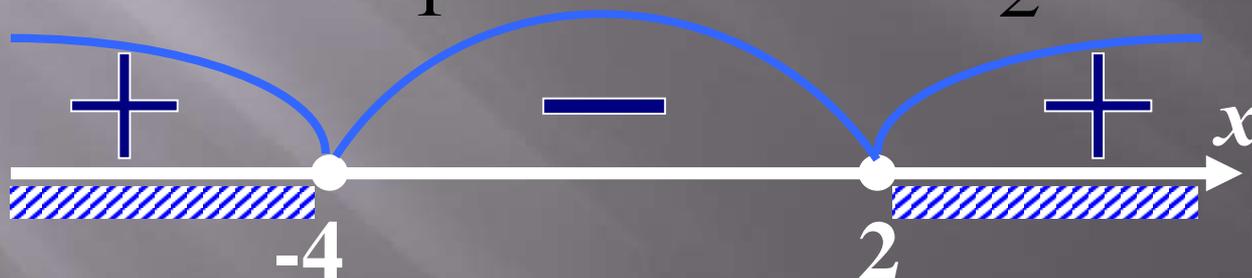
Подсказка.

$$x^2 + 2x \geq 8$$

$$x^2 + 2x - 8 \geq 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$x_1 = -4 \quad x_2 = 2$$



$$(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$$



Историческая пауза

Математики о математике и не только...

Мыслить последовательно, судить доказательно, опровергать неправильные выводы должен уметь всякий: физик и поэт, тракторист и химик.

Э. Кольман

При решении задачи плохой план часто оказывается полезным: он может вести к лучшему плану.

Д. Пойа

Образование - это то, что остается, когда забываешь все, что изучал в школе.

Альберт Эйнштейн

Какая наука может быть более благородна, более восхитительна, более полезна для человечества, чем математика?

Б. Франклин

Математики похожи на влюбленных - достаточно согласиться с простейшим утверждением математика, как он выведет следствие, с которым вновь придется согласиться, а из этого следствия - еще одно.

Бернар Ле Бовье де Фонтенель

Математику нельзя изучать, наблюдая, как это делает сосед!

А. Нивен

В математике следует помнить не формулы, а процессы мышления.

В. П. Ермаков

Решите неравенство:

9

Решение.

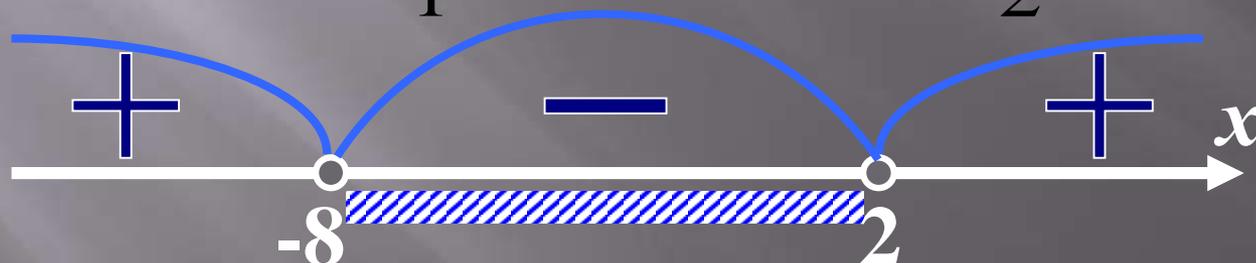
Подсказка.

$$x^2 < -6x + 16$$

$$x^2 + 6x - 16 < 0$$

$$x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$x_1 = -8 \quad x_2 = 2$$



$(-8; 2)$



Решите неравенство:

10

Решение.

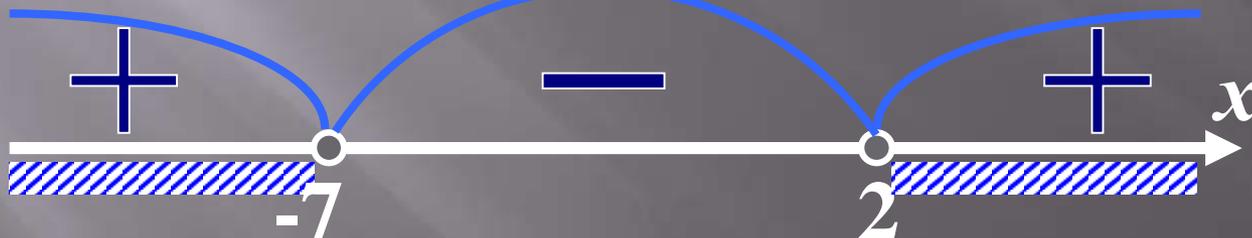
Подсказка.

$$x^2 > -5x + 14$$

$$x^2 + 5x - 14 > 0$$

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$x_1 = -7 \quad x_2 = 2$$



$$(-\infty; -7) \cup (2; +\infty)$$



Решите неравенство:

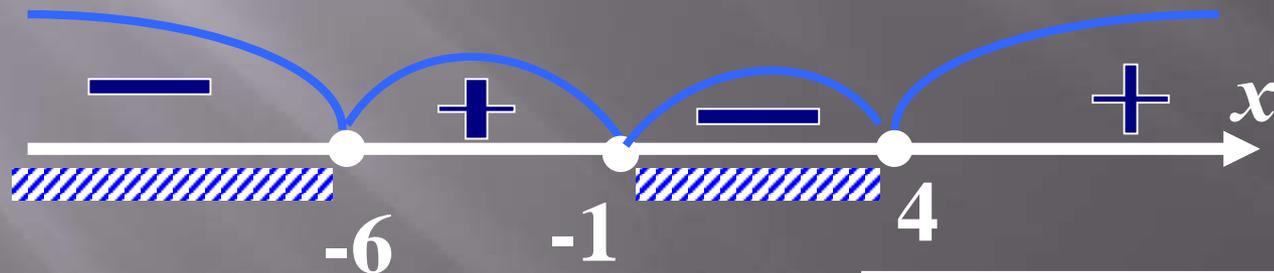
11

Решение.

Подсказка.

$$(x + 6)(x + 1)(x - 4) \leq 0.$$

$$x_1 = -6 \quad x_2 = -1 \quad x_3 = 4$$



$$(-\infty; -6] \cup [-1; 4]$$



Решите неравенство:

12

Решение.

Подсказка.

$$x^2 \geq -11x - 24$$

$$x^2 + 11x + 24 \geq 0$$

$$x^2 + 11x + 24 = 0$$

$$x_1 = -8 \quad x_2 = -3$$



$$(-\infty; -8] \cup [-3; +\infty)$$



Решите неравенство:

13

Решение.

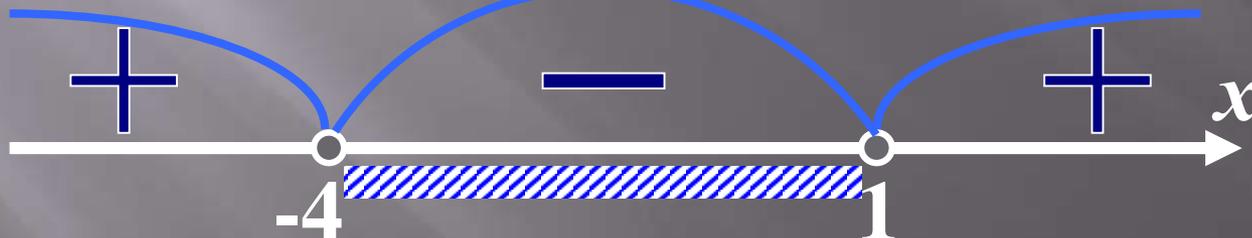
Подсказка.

$$x^2 - 13x < -19x + 8 - x^2$$

$$2x^2 + 6x - 8 < 0 \quad | \quad : 2$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$x_1 = -4 \quad x_2 = 1$$



$(-4; 1)$



Решите неравенство:

14

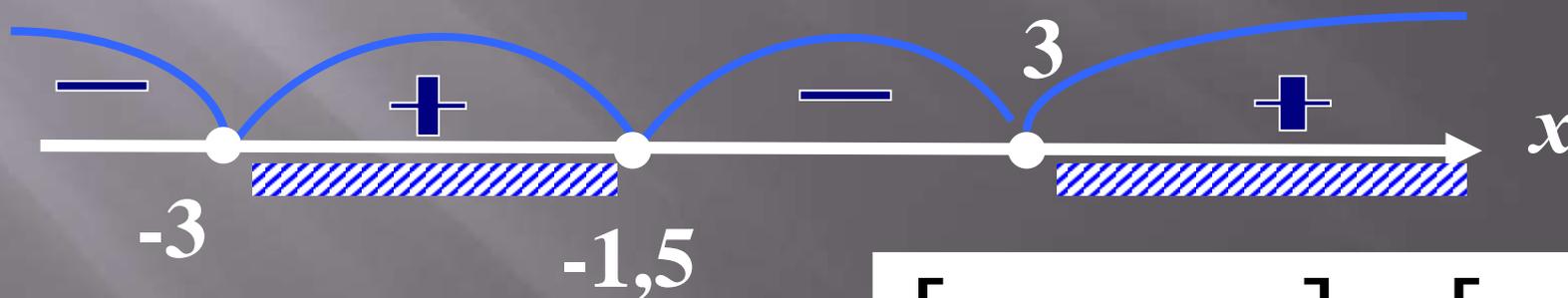
Решение.

Подсказка.

$$(x^2 - 9)(x + 1,5) \geq 0.$$

$$(x - 3)(x + 3)(x + 1,5) \geq 0$$

$$x_1 = -3 \quad x_2 = -1,5 \quad x_3 = 3$$



$$[-3; -1,5] \cup [3; +\infty)$$



Решите неравенство:

15

Решение.

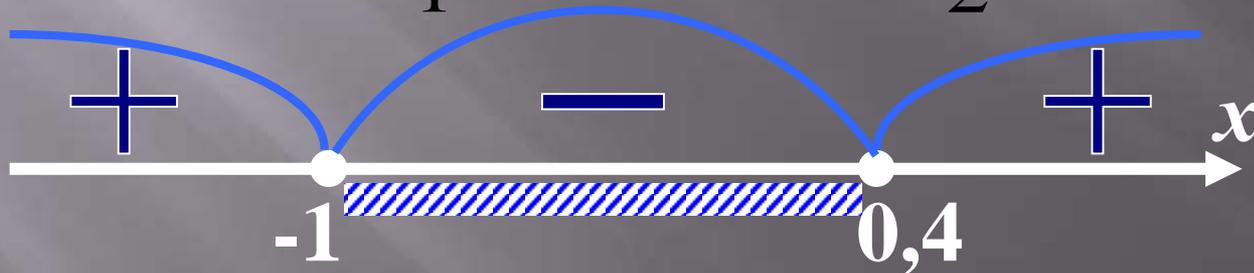
Подсказка.

$$x^2 - 5x \leq -8x + 2 - 4x^2$$

$$5x^2 + 3x - 2 \leq 0$$

$$5x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 0,4$$



$$[-1; 0,4]$$



Решите неравенство:

16

Решение.

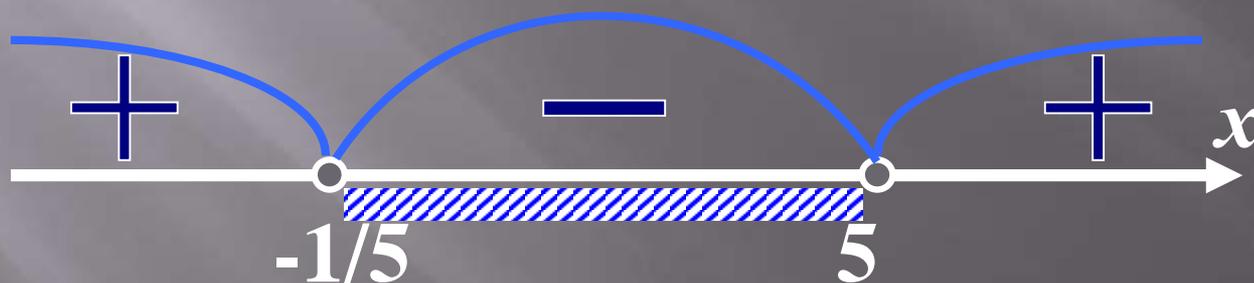
Подсказка.

$$(5x + 1)(5 - x) > 0.$$

$$-5\left(x + \frac{1}{5}\right)(x - 5) > 0 \quad | \quad (-5); \quad \left(x + \frac{1}{5}\right)(x - 5) < 0,$$

$$x_1 = -\frac{1}{5}$$

$$x_2 = 5$$



$$\left(-\frac{1}{5}; 5\right)$$



Решите неравенство:

17

Решение.

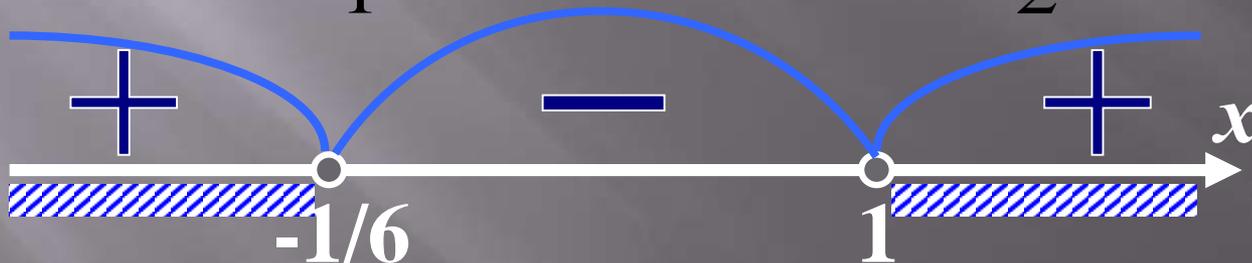
Подсказка.

$$-x^2 + 5x + 1 < 5x^2$$

$$-6x^2 + 5x + 1 < 0 \quad | \quad : (-1)$$

$$6x^2 - 5x - 1 > 0 \quad 6x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$x_1 = -1/6 \quad x_2 = 1$$



$$\left(-\infty; -\frac{1}{6}\right) \cup (1; +\infty)$$



Решите неравенство:

18

Решение.

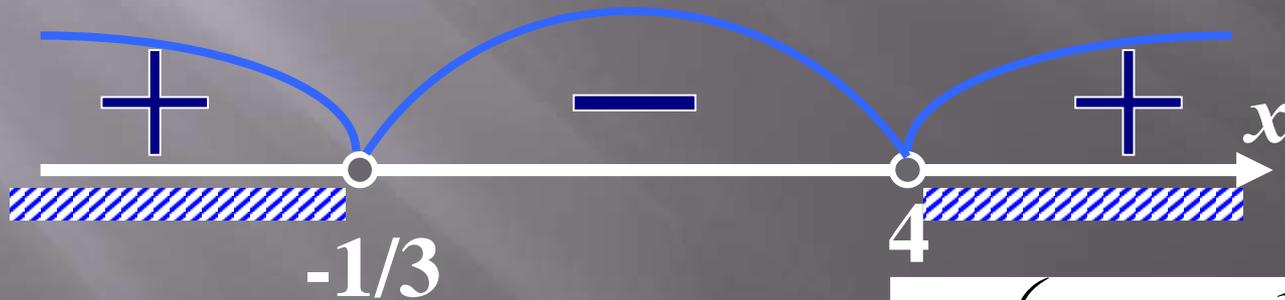
Подсказка.

$$(x^2 + 6)(4 - x)(x + \frac{1}{3}) < 0.$$

$$x^2 + 6 > 0$$

$$-(x - 4)(x + \frac{1}{3}) < 0 \quad | : (-1); \quad (x - 4)(x + \frac{1}{3}) > 0;$$

$$x_1 = -\frac{1}{3} \quad x_2 = 4$$



$$\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (4; +\infty)$$



Решите неравенство:

19

Решение.

Подсказка.

$$2x^2 + 12x - 9 \leq 5x^2$$

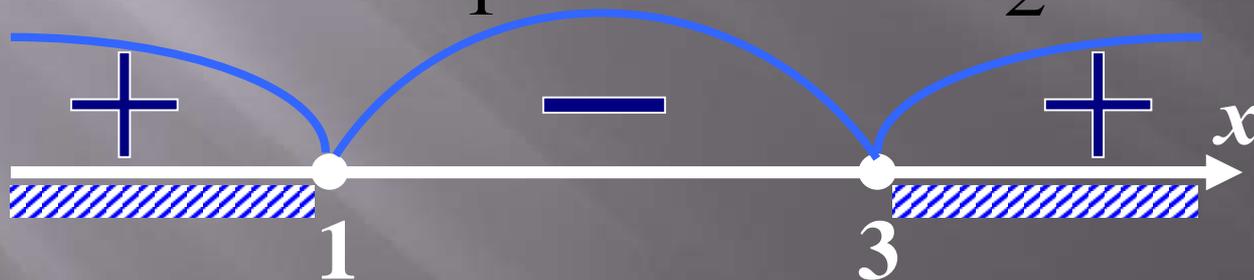
$$-3x^2 + 12x - 9 \leq 0 \quad | \quad : (-3)$$

$$x^2 - 4x + 3 \geq 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = 3$$



$$(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$$



Решите неравенство:

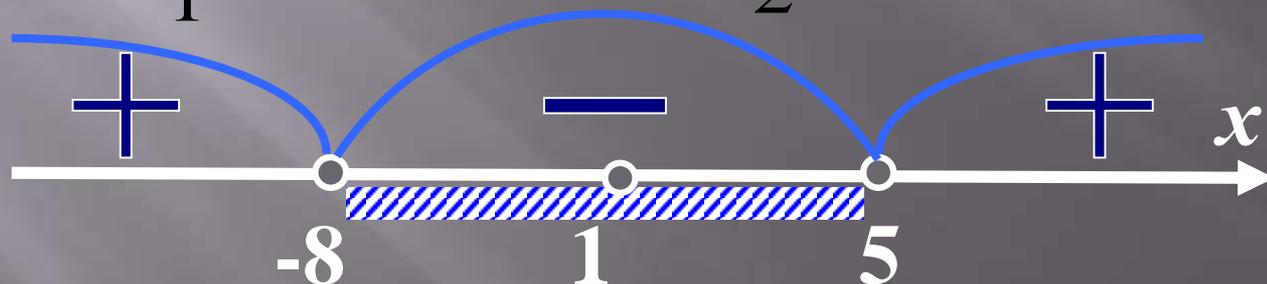
Решение.

Подсказка.

$$(x + 8)(x - 1)^2(x - 5) < 0$$

$$\begin{cases} (x + 8)(x - 5) < 0, \\ x \neq 1. \end{cases}$$

$$x_1 = -8 \quad x_2 = 5 \quad x \neq 1$$



$$(-8; 1) \cup (1; 5)$$



Решите неравенство:

21

Решение.

$$\frac{x-7}{x+2} > 0.$$

Подсказка.

$$(x-7)(x+2) > 0;$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 7$$



$$(-\infty; -2) \cup (7; +\infty)$$



Решите неравенство:

22

Решение.

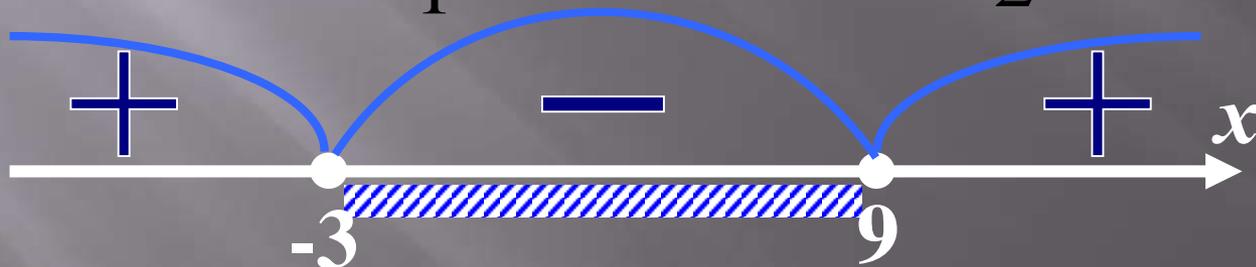
Подсказка.

$$7x^2 - 11x + 32 \geq 8x^2 - 17x + 5$$

$$-x^2 + 6x + 27 \geq 0 \quad | \quad : (-1)$$

$$x^2 - 6x - 27 \leq 0 \quad x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$x_1 = -3 \quad x_2 = 9$$



$[-3;9]$



Решите неравенство:

23

Решение.

Подсказка.

$$-x^2 - x + 10 < (x - 4)^2$$

$$-x^2 - x + 10 < x^2 - 8x + 16$$

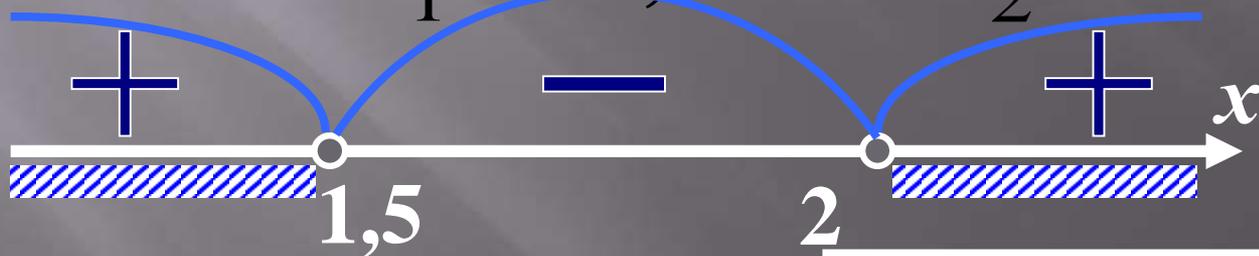
$$-2x^2 + 7x - 6 < 0 \quad | \quad : (-1)$$

$$2x^2 - 7x + 6 > 0$$

$$2x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$x_1 = 1,5$$

$$x_2 = 2$$



$$(-\infty; 1,5) \cup (2; +\infty)$$



Решите неравенство:

24

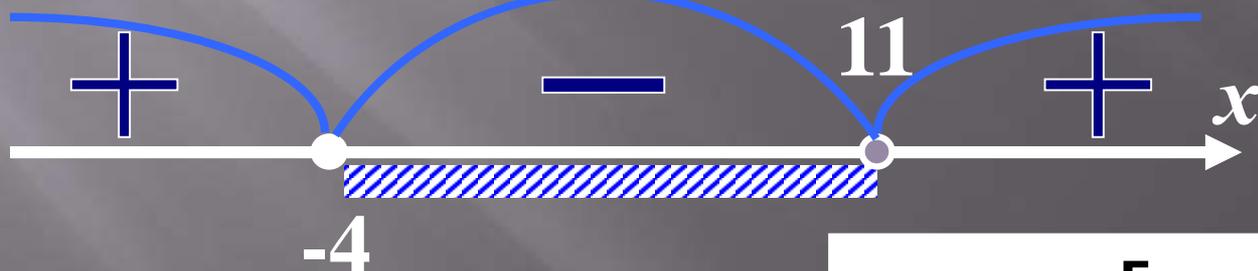
Решение.

$$\frac{x + 4}{x - 11} \leq 0.$$

Подсказка.

$$\begin{cases} (x + 4)(x - 11) \leq 0, \\ x \neq 11. \end{cases}$$

$$x_1 = -4 \quad x_2 \neq 11$$



$$[-4; 11)$$



Проверочная работа

1 ВАРИАНТ

1. Решите неравенство:

а) $x^2 - 6x + 9 > 0$;

б) $x^2 - 8x + 15 > 0$;

в) $-x^2 - 3x + 2 < -2x^2$;

г) $(x-2)(x-5)(x-12) > 0$;

д) $11x^2 - 15x + 77 \geq (x-9)^2$

е) $\frac{x-5}{x+8} \leq 0$;

ж) $(2x+0,8)(4-x)(x-20) < 0$

2 ВАРИАНТ

1. Решите неравенство:

а) $x^2 - 8x + 16 > 0$.

б) $x^2 - 10x + 21 > 0$;

в) $-x^2 + 5x - 6 < -2x^2$;

г) $(x+7)(x+1)(x-4) < 0$;

д) $8x^2 - 18x + 46 \geq (x-7)^2$

е) $\frac{x+6}{x-9} \geq 0$;

ж) $(10x+3)(17-x)(x-5) \geq 0$

Проверь себя

1 вариант

- а) $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$;
- б) $(-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$;
- в) $(1; 2)$;
- г) $(2; 5) \cup (12; +\infty)$;
- д) $(-\infty; -0,8] \cup [0,5; +\infty)$;
- е) $(-8; 5]$;
- ж) $(-0,4; 4) \cup (20; +\infty)$;

2 вариант

- а) $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$;
- б) $(-\infty; 3) \cup (7; +\infty)$;
- в) $(-6; 1)$;
- г) $(-\infty; -7) \cup (-1; 4)$;
- д) $(-\infty; -3/7] \cup [1; +\infty)$;
- е) $(-\infty; 6] \cup (9; +\infty)$;
- ж) $(-\infty; -0,3] \cup [5; 17]$;

Подведение итогов

- Что вы ожидали от работы на данном уроке? Сравните свои предварительные цели и реально достигнутые результаты.
- Какие чувства и ощущения возникали у вас в ходе работы?
- Что оказалось для вас самым неожиданным?
- Что вам более всего удалось, какие моменты были выполнены наиболее успешно?

Задание на дом

Алгебра. 9класс: учебник для общеобразоват. организаций / Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И. и др. / Под ред. Теляковского С.А. – М.: Просвещение, 2022.

Повторить §14-15 (глава II)

Выполнить №376 (а,б), № 389 (а,б) , №393 (д,е)

Литература:

1. Алгебра. 9класс: учебник для общеобразоват. организаций / Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И. и др. / Под ред. Теляковского С.А. – М.: Просвещение, 2022.
2. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов: Учеб. пособие для учащихся шк. и кл. с углубл. изуч. математики/ М.Л. Галицкий и др. – 5-е изд. –М.: Просвещение, 1999. -271 с.

*СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!*

