

Открытый урок по математике (1 курс СПО) на 1 урок (45 мин)

Тема урока: Производная

Тип урока: урок обобщения и систематизации знаний

Организационная форма: урок с элементами Web – квеста и соревнования

Форма организации учебной деятельности: Групповая

Методы обучения: словесные, наглядно-демонстративные, репродуктивные, проблемные

Оборудование: компьютеры (телефоны с выходом в интернет), мультимедийный проектор, экран

Методическое оснащение: раздаточный материал, презентация

Межпредметные связи: математика (вычисление производных, построение графика функции), физика (физический смысл производной), история (возникновение понятий, ученые), русский язык (правописание терминов).

Цели урока:

Дидактические:

- Обобщение, систематизация и углубление знаний о производной
- Продемонстрировать межпредметные и внутрипредметные связи, практическое применение темы в повседневной жизни
- Выявление уровня освоения вопросов теории по теме «Производная», а также уровня умений по решению задач на применение знаний о производной

Развивающие:

- Развитие умений в применении знаний в конкретной ситуации
- Развитие логического мышления, умения работать в проблемной ситуации
- Развитие умений сравнивать, обобщать, правильно формулировать задачи и излагать мысли
- Развивать стремление к активной познавательной деятельности, навыки коллективной работы
- Развитие умений работы с интернет-ресурсами

Воспитательные:

- Воспитание интереса к предмету через содержание учебного материала
- Воспитание настойчивости в достижении цели, стремления к успеху, ответственности за качество результатов выполненной работы
- Воспитание чувства товарищества и взаимовыручки, общей поведенческой культуры при работе на уроке

УУД:

- ***Личностные:*** Мотивация на учебный процесс, самооценка
- ***Регулятивные:*** Умение определять последовательность действий, работать по алгоритму, оценивать правильность выполненных действий

- **Коммуникативные:** Выражать свои мысли, точку зрения, умение взаимодействовать с другими обучающимися

- **Познавательные:** Анализ текста задания, смысловое чтение, умение находить ответы на вопросы, умение проговаривать последовательность действий и результат работы

Требования к результатам усвоения учебного материала:

Студенты должны знать:

- Производные основных элементарных функций
- Правила дифференцирования
- Правила применения производной к исследованию функций
- Геометрический и физический смыслы производной

Студенты должны уметь:

- Решать задачи на нахождение производной функции
- Применять производную к исследованию функций

Ход урока

1. Организационный момент – 4 мин

(Предварительно студенты делятся на 6 команд)

- Приветствие

- Целеполагание:

- 1) Обобщение и систематизация знаний о производной
- 2) Развитие умений применять знания в конкретной ситуации
- 3) Развитие логического мышления, умения работать в проблемной ситуации

Начнем наш урок со стихотворения (один из студентов читает):

Только лишь иксу дадим приращение
И посчитаем предел отношения –
Сможем о функции мы без сомнения
Выяснить все, применяя умения!
О, производная, сколько в тебе
Кроется нужных, красивых понятий!
Свойства всех функций поможешь ты мне
Исследовать точно, что важно и кстати!
Про возрастание и убывание,
Про асимптоты и точки разрыва,
Про минимум, максимум также узнаем мы,
График построим точно! Не криво!
О, производная, роль не последнюю
В каждой науке ты точно играешь!
Связана с физикой и геометрией,
Много задач нам решить позволяешь!

Эпиграфом к нашему уроку станут слова Конфуция:

Услышал - забыл.
Увидел - запомнил.
Сделал - понял.

2. Разминка (повторение теории) – 5 мин

Понятие функции в математическом анализе является одним из основных, потому что нас окружает множество изменяющихся величин. Многие из этих величин очень тесно связаны между собой, то есть одни зависят от других. Функция – это математическая модель, позволяющая описывать и изучать разнообразные зависимости между реальными величинами.

Блиц-опрос (презентация):

(Студенты поднимают руку, кто первый поднял, тот отвечает, принося своей команде по 1 баллу за каждый правильный ответ. Если ответ неверный, отвечает другая команда)

- Что называется приращением аргумента? (1 балл)
- Что называется приращением функции? (1 балл)
- Что называется производной функции в точке? (1 балл)
- Какие точки называются экстремумами функции? (1 балл)
- Какая точка называется точкой минимума функции? (1 балл)
- Какая точка называется точкой максимума функции? (1 балл)
- Какие точки называются критическими? (1 балл)
- Каково поведение функции на интервале, на котором производная положительна? (1 балл)
- Каково поведение функции на интервале, на котором производная отрицательна? (1 балл)
- Каков геометрический смысл производной? (1 балл)
- Каков физический смысл производной? (1 балл)

3. Web – квест. – 10 мин

Для участия в квесте каждой группе будет дана одна из ролей. Каждая роль предполагает выполнение определенных заданий, справиться с которыми студентам помогут полезные ссылки в Интернет. После выполнения всех заданий следует составить итоговый отчет о работе на отдельном листе, на котором написать название группы и список ее участников.

Роли: Историки, Физики, Практики, Филологи, Геометры, Художники.

Ссылки интернет-источников:

Историки https://vuzlit.ru/2303755/istoricheskie_svedeniya

Физики <https://studwood.ru/1781947/matemetika>

Практики https://machprofi.ru/zadachi_na_minimumi_i_maximumi

Геометры https://matematikalegko.ru/geometricheskiy_smysl_proizvodnoy

Художники https://poiskstavropole.ru/2018/01/02/algoritm_postroeniya_grafika

Пошаговая инструкция

Роль	Задание
Историки	Вы – путешественники во времени, которые занимаются историей работы над понятием производной функции. Задание: Провести исследование материала по истории производной функции и ответить на вопросы: 1) В каком веке появилась формула для вычисления производной функции? 2) Какие ученые внесли свой вклад в изучение производной? 3) Кто впервые употребил термин «Производная функции»? 4) Кто впервые употребил обозначение приращения аргумента как Δx ? 5) Кому принадлежит идея обозначения производной функции как $f'(x)$? 6) Как называется раздел математики, изучающий производные функций и их применение? 7) В каких областях науки получила свое применение производная

	функции?
Физики	<p>Вы – математики, которые должны систематизировать все знания о физическом смысле производной функции.</p> <p>Задание: Подобрать материалы и ответить на следующие вопросы:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) В чем состоит физический смысл производной? 2) В чем состоит физический смысл второй производной? 3) Решить задачу: Закон движения тела задан формулой $s(t) = 2t^2 + 7t - 15$. В какой момент времени скорость движения тела будет равна 35 м/с? (7 с) 4) Решить задачу: Точка движется прямолинейно по закону: $s(t) = t^3 + 5t^2 + 4$. Найти ускорение в момент времени $t = 2$ с. (22 м/с²)
Практики	<p>Вы – математики, которые должны рассмотреть применение производной</p> <p>Задание: провести исследование материала по применению производной, ответить на вопросы:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Какие точки называют критическими? 2) Как определить промежутки возрастания и убывания функции? 3) Как определить экстремумы функции? 4) По рисунку определить количество точек минимума, максимума 5) Решить задачу: При каких значениях x значение производной функции $f(x) = 2x^3 - x^2$ равно нулю? 6) Найти значение производной функции $f(x) = x^2 + 3x + 1$ при $x = 2$
Геометры	<p>Вы – математики, которые должны систематизировать все знания о геометрическом смысле производной.</p> <p>Задание: подобрать материал и ответить на вопросы:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) В чем состоит геометрический смысл производной? 2) Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ в точке $x_0 = 2$ 3) Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2x^2 + 3x$ в точке $x_0 = 2$
Художники	<p>Вы – математики, которые должны уметь строить графики, по исследованию функции с помощью производной.</p> <p>Задание:</p> <p>Составить таблицу исследования функции по следующим данным: Функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[-6; 6]$, $f(-6) = -6$, $f(6) = 1$, $f(-3) = 0$, $f(2) = 0$. $f'(x) > 0$ при $-6 < x < -4$ и $-1 < x < 4$ $f'(x) < 0$ при $-4 < x < -1$ и $4 < x < 6$ $f'(-4) = 0$, $f'(-1) = 0$, $f'(4) = 0$.</p> <p>Постройте эскиз графика функции $y = f(x)$, придайте произвольные значения $f(-4)$, $f(-1)$, $f(4)$, подходящие по смыслу задачи.</p>
Филологи	<p>Вы – математики, которые должны систематизировать математические термины, касающиеся темы «Производная».</p> <p>Задание:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Вставить в текст пропущенные слова, подходящие по смыслу: <p>В каждом задании – «камни подводные», меняется в ока мгновение! Мы изучаем с тобой, Значению x придаем</p> <p>Я решаю уравнение $f'(x) = 0$, И, тем самым непременно точки отыщу!</p> <p>Мы с производной функции исследуем: Максимум, минимум – точки</p>

	<p>Где производная нуля – Функция там всегда!</p> <p>2) Из предложенного набора букв составить слова, которые являются терминами темы «Производная». Количество одинаковых букв в одном слове не должно превышать количества одинаковых букв в данном наборе:</p> <p>а м р и е д о п щ н ш х т к л я ь с з э в у ф г ц а м р и е д о а м</p>
--	--

4. Отчеты о работе – 10 мин

Заслушиваются краткие отчеты о работе команд. За задание, выполненное в полном объеме с соблюдением всех пунктов, максимальный балл – 5.

5. Соревнование смекалистых «Составь пару» - 4 мин

На доске записаны задания на вычисление производных и набор ответов к этим заданиям. Задача: установить соответствие между функцией и ее производной.

Функции:

А) $f(x) = 3x^2 - 4x + 2$

Б) $f(x) = 2x^3 - 8x + 1$

В) $f(x) = 6x - 4x^2 - 4$

Г) $f(x) = x^6 - 2x^4 + 8$

Производные:

1) $6x^2 - 8$

2) $6x^5 - 8x^3$

3) $6x - 4$

4) $6 - 8x$

Результат записать в итоговый отчет в виде таблицы, в верхней строке таблицы номер задания, в нижней – номер правильного ответа.

А	Б	В	Г

Время на выполнение задания заканчивается, как только одна из команд сообщит, что полностью выполнила задание, но не более 4 мин. За правильный ответ команда получает 1 балл.

6. Игра «Скорость, внимательность, точный расчет» - 5 мин

Командам даются карточки с заданием на вычисление производной сложной функции ($f(x) = (4x - 3)^3$). Результат записывают в отчет о работе в виде числового значения. Команда, которая первой справится с заданием, получает дополнительный балл за скорость. Правильность выполнения задания оценивается в 2 балла (верное нахождение производной – 1 балл, верное вычисление значения производной – 1 балл)

7. Рефлексия - 7 мин

Судьи подсчитывают баллы, набранные командами. Максимальное количество баллов – 20.

Пока подсчитываются баллы, ответим на вопросы:

- 1) Какова была цель нашего урока? Достигнута ли она?
- 2) Что нового вы узнали на уроке?
- 3) Что больше всего запомнилось?
- 4) Что вызвало затруднения?
- 5) Что у вас хорошо получилось?
- 6) Что больше всего понравилось?

Итог: Итак, вы повторили теоретические знания, продемонстрировали практические умения, познакомились с историческими сведениями.

Озвучивается количество баллов, набранных командами, отметки за урок.

Отчет о работе команды «Филологи»:

Состав группы: _____

Вы – математики, которые должны систематизировать математические термины, касающиеся темы «Производная».

Задание:

1) Вставить в текст пропущенные слова, подходящие по смыслу:

В каждом задании – «камни подводные»,
..... меняется в ока мгновение!
Мы изучаем с тобой,
Значению x придаем

Я решаю уравнение $f'(x) = 0$,
И, тем самым непременно
..... точки отыщу!

Мы с производной функции исследуем:
Максимум, минимум – точки,
Где производная нуля –
Функция там всегда!

2) Из предложенного набора букв составить слова, которые являются терминами темы «Производная». Количество одинаковых букв в одном слове не должно превышать количества одинаковых букв в данном наборе:

а м р и е д о п щ н ш х т к л я ь с з э в у ф г ц
а м р и е д о
а м

Отчет о работе команды «Художники»:

Состав группы: _____

Вы – математики, которые должны уметь строить графики, по исследованию функции с помощью производной.

Задание: Составить таблицу исследования функции по следующим данным:

Функция $y = f(x)$ непрерывна на отрезке $[-6; 6]$,

$$f(-6) = -6, \quad f(6) = 1, \quad f(-3) = 0, \quad f(2) = 0.$$

$$f'(x) > 0 \text{ при } -6 < x < -4 \text{ и } -1 < x < 4$$

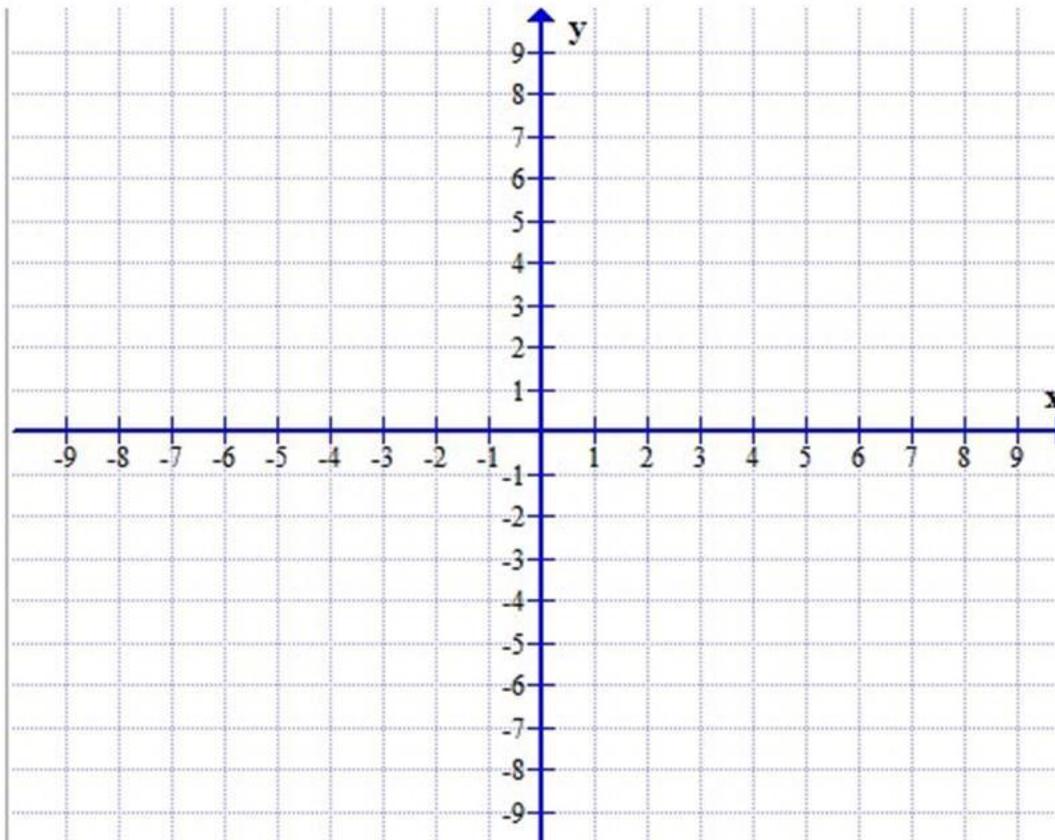
$$f'(x) < 0 \text{ при } -4 < x < -1 \text{ и } 4 < x < 6$$

$$f'(-4) = 0, \quad f'(-1) = 0, \quad f'(4) = 0.$$

Постройте эскиз графика функции $y = f(x)$, придайте произвольные значения $f(-4)$, $f(-1)$, $f(4)$, подходящие по смыслу задачи.

Таблица:

x										
f'(x)										
f(x)										



Отчет о работе команды «Геометры»:

Состав группы: _____

Вы – математики, которые должны систематизировать все знания о геометрическом смысле производной.

Задание: подобрать материал и ответить на вопросы:

1) В чем состоит геометрический смысл производной?

2) Найти угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ в точке $x_0 = 2$

3) Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2x^2 + 3x$ в точке $x_0 = 2$

Отчет:

1. Геометрический смысл производной состоит в том, что

2. Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ в точке $x_0 = 2$, равен _____

3. Уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2x^2 + 3x$ в точке $x_0 = 2$ имеет вид:

Отчет о работе команды «Практики»:

Состав группы: _____

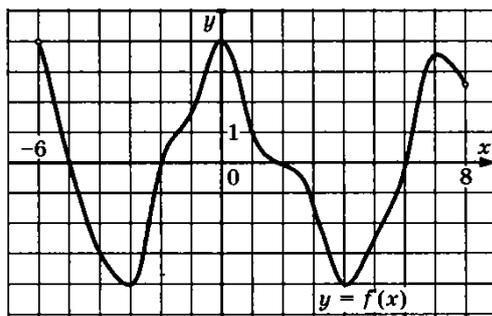
Вы – математики, которые должны рассмотреть применение производной

Задание:

1. Провести исследование материала по применению производной, ответить на вопросы:
 - 1) Какие точки называют критическими?
 - 2) Как определить промежутки возрастания и убывания функции?
 - 3) Как определить экстремумы функции?
2. По рисунку определить количество точек минимума, максимума
3. Решить задачу: При каких значениях x значение производной функции $f(x) = 2x^3 - x^2$ равно нулю?
4. Найти значение производной функции $f(x) = x^2 + 3x + 1$ при $x = 2$

Отчет:

1. Точки, в которых производная равна нулю, называют _____
2. Если производная положительна на некотором промежутке, то функция на этом промежутке _____, а если производная отрицательна, то функция _____
3. Точку, в которой производная меняет знак с «+» на «-», называют точкой _____, а точку, в которой производная меняет знак с «-» на «+» называют точкой _____. Точки максимума и минимума называют точками _____.
4. По графику производной, изображенному на рисунке, определили:
Количество точек максимума - _____
Количество точек минимума - _____



5. Значение производной функции $f(x) = 2x^3 - x^2$ равно нулю при $x = \underline{\hspace{2cm}}$
6. Значение производной функции $f(x) = x^2 + 3x + 1$ при $x = 2$ равно _____

Отчет о работе команды «Физики»:

Состав группы: _____

Вы – математики, которые должны систематизировать все знания о физическом смысле производной функции.

Задание:

1. Подобрать материалы и ответить на следующие вопросы:

В чем состоит физический смысл производной? Второй производной?

2. Решить задачу: Закон движения тела задан формулой $s(t) = 2t^2 + 7t - 15$. В какой момент времени скорость движения тела будет равна 35 м/с?

3. Решить задачу: Точка движется прямолинейно по закону: $s(t) = t^3 + 5t^2 + 4$. Найти ускорение в момент времени $t = 2$ с.

4. Точка движется по закону $s(t) = t^2 - 8t + 4$. Через сколько секунд ее скорость окажется равна нулю?

Отчет:

1. Физический смысл производной – это _____, физический смысл второй производной – это _____

2. Если тело движется по закону $s(t) = 2t^2 + 7t - 15$, то в момент времени $t =$ _____ сек скорость движения тела будет равна 35 м/с.

3. Точка движется прямолинейно по закону: $s(t) = t^3 + 5t^2 + 4$. В этом случае ее ускорение в момент времени $t = 2$ с равно _____ м/с²

4. Если точка движется по закону $s(t) = t^2 - 8t + 4$, то через _____ сек ее скорость окажется равной нулю.

Отчет о работе команды «Историки»:

Состав группы: _____

Вы – путешественники во времени, которые занимаются историей работы над понятием производной функции.

Задание: Провести исследование материала по истории производной функции и ответить на вопросы:

- 1) В каком веке появилась формула для вычисления производной функции?
- 2) Какие ученые внесли свой вклад в изучение производной?
- 3) Кто впервые употребил русский термин «Производная функции»?
- 4) Кто впервые употребил обозначение приращения аргумента как Δx ?
- 5) Кому принадлежит идея обозначения производной функции как $f'(x)$?
- 6) Как называется раздел математики, изучающий производные функций и их применение?
- 7) В каких областях науки получила свое применение производная функции?

Отчет:

1. История возникновения формулы производной началась в _____ веке
2. Свой вклад в изучение производной функции внесли такие ученые как _____
3. Русский термин «производная» впервые употребил _____
4. Обозначение приращения аргумента Δx впервые употребил _____
5. Идея обозначать производную функции как $f'(x)$ принадлежит _____
6. Раздел математики, изучающий производные функций и их применение, называется _____
7. Производная получила свое применение в таких областях науки как _____